
WYBRANE PROBLEMY INŻYNIERSKIE

NUMER 2

INSTYTUT AUTOMATYZACJI PROCESÓW TECHNOLOGICZNYCH
I ZINTEGROWANYCH SYSTEMÓW WYTWARZANIA

Mateusz CIELNIAK*

Instytut Automatyzacji Procesów Technologicznych i Zintegrowanych Systemów
Wytwarzania, Wydział Mechaniczny Technologiczny, Politechnika Śląska, Gliwice

*mateusz.cielniak@polsl.pl

WERYFIKACJA KONSTRUKCJI TWORZONYCH NA PODSTAWIE TEORII PODOBIEŃSTWA KONSTRUKCYJNEGO

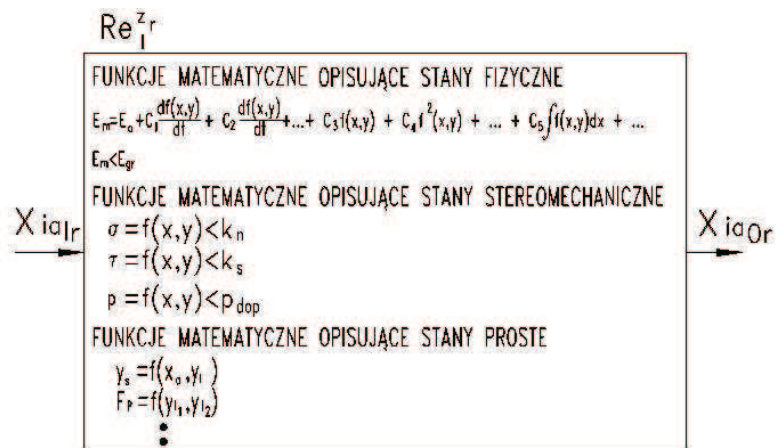
Streszczenie: Teoria podobieństwa konstrukcyjnego pozwala opracować typoszereg konstrukcji, zachowując identyczne stany przy wykorzystaniu warunków podobieństwa konstrukcyjnego oraz zunifikowanych cech charakterystycznych. Tak wygenerowane wymiary nowych typowielkości są przyrównywane do wymiarów elementów katalogowych, znormalizowanych lub do szeregu liczb normalnych. W niniejszej pracy przedstawiono analizę wpływu zaokrąglania wartości wymiarów na uzyskany wynik. Przeanalizowano sposoby przyrównywania wymiaru oraz niedokładności w szeregu liczb normalnych pod względem podobieństwa liczb.

1. Wstęp

Teoria podobieństwa konstrukcyjnego zakłada, że, bazując na konstrukcji wzorcowej środka technicznego, istnieje możliwość opracowania typoszeregu konstrukcji, zachowując identyczne stany środków technicznych opisane przez system, przy wykorzystaniu warunków podobieństwa konstrukcyjnego oraz zunifikowanych cech charakterystycznych [2, 4].

System środka technicznego to układ relacji sprzężeń i przekształceń. Relacje te mogą być opisane przez funkcje matematyczne (rys. 1), które ujmują stany zjawisk fizycznych, stany stereomechaniczne oraz inne stany proste. Dąży się do tego, aby w całym typoszeregu stany te były w przybliżeniu stałe, stosownie do stanów odpowiadających konstrukcji wzorcowej.

Spełnienie teorii podobieństwa konstrukcyjnego w zakresie stanów stereomechanicznych, zwane zagadnieniem Cauchy'ego, zakłada zachowanie podobnego wyężenia materiału, odkształcenia i liczby bezpieczeństwa [2, 3].



Rys. 1. Matematyczny opis stanów przyszłego środka technicznego [1]
 Fig. 1. Future construction mathematical description [1]

Jednym z etapów generowania typoszeregów konstrukcji jest obliczenie wartości wymiarów poszczególnych typowości. Wartości te są wyznaczone poprzez przemnożenie wartości wymiarów konstrukcji wzorcowej przez liczbę podobieństwa. Następnie wynik jest przyrównywany do liczby z określonego zbioru. Wyróżnić można następujące zbiory: zbiory wymiarów elementów znormalizowanych, elementów katalogowych czy też szereg liczb normalnych. Proces przyrównywania powoduje odstępstwa od pełnego podobieństwa.

W niniejszej pracy poddano analizie szereg liczb normalnych. Sprawdzono różnice pomiędzy liczbami z szeregu a wartościami obliczonymi na podstawie warunku podobieństwa. Ponadto przeanalizowano sposoby przyrównywania wartości wymiarów do zbioru liczb.

2. Kryterium weryfikacji konstrukcji tworzonych na podstawie podobieństwa konstrukcyjnego

Szereg liczb normalnych to uporządkowany zbiór liczb utworzonych według określonej reguły matematycznej. Reguła ta pozwala na zbudowanie ciągu geometrycznego spełniającego równanie:

$$a_n = a^{\frac{n}{R}} \quad (1)$$

Szereg liczb normalnych zawarty w normach utworzony jest dla $a = 10$. Liczba R odpowiada za licznik zbioru. Np. dla $R = 20$ powstanie 20 liczb z zakresu od 1 do 10. Ten szereg oznaczony jest symbolem $R20$. Wartości spoza zakresu od 1 do 10 uzyskuje się, mnożąc lub dzieląc otrzymane wartości przez 10.

Szereg $R10$ wygenerowany na podstawie reguły matematycznej (1) składa się z liczb rzeczywistych o ułamkach nieskończonych. W normach przyjęto zaokrąglone wartości tych liczb.

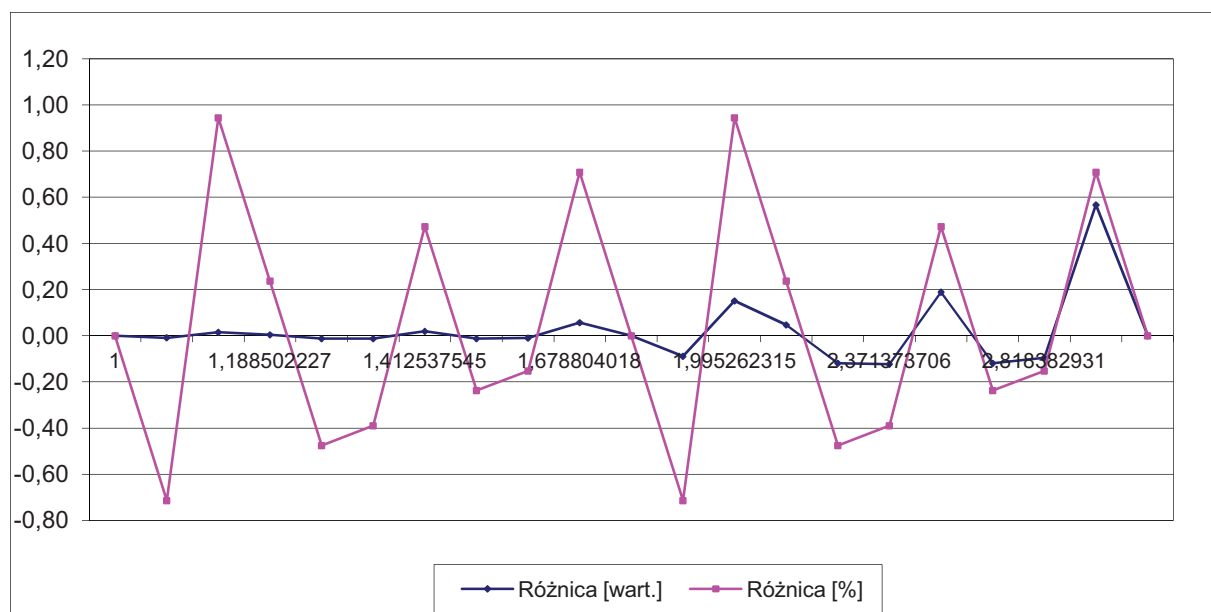
Tablica 1 przedstawia szereg liczb normalnych $R10$ obliczonych za pomocą równania i pomnożonych przez 10 oraz wartości liczb szeregu liczb normalnych przyjętych w normie.

Tab. 1. Szereg R10

Fig. 1. R10 preferred numbers

n	a_n	$a_n \cdot 10$	Znorm. $a_n \cdot 10$	Różnica [wart.]	Różnica [%]
0	1	10	10	0,00	0
1	1,258925	12,58925	12,5	-0,09	-0,71403
2	1,584893	15,84893	16	0,15	0,944175
3	1,995262	19,95262	20	0,05	0,236884
4	2,511886	25,11886	25	-0,12	-0,47546
5	3,162278	31,62278	31,5	-0,12	-0,38977
6	3,981072	39,81072	40	0,19	0,473207
7	5,011872	50,11872	50	-0,12	-0,23745
8	6,309573	63,09573	63	-0,10	-0,15196
9	7,943282	79,43282	80	0,57	0,708971
10	10	100	100	0,00	0

Dwie ostatnie kolumny ilustrują różnice pomiędzy wartościami obliczonymi a przyjętymi w normach. Przebieg wartości zaokrągleń dla szeregu R10 zawierających wartości od 1 do 100 przedstawia wykres (rys. 2):



Rys. 2. Zaokrąglenia w szeregu R10

Fig. 2. Rounding in R10 preferred numbers

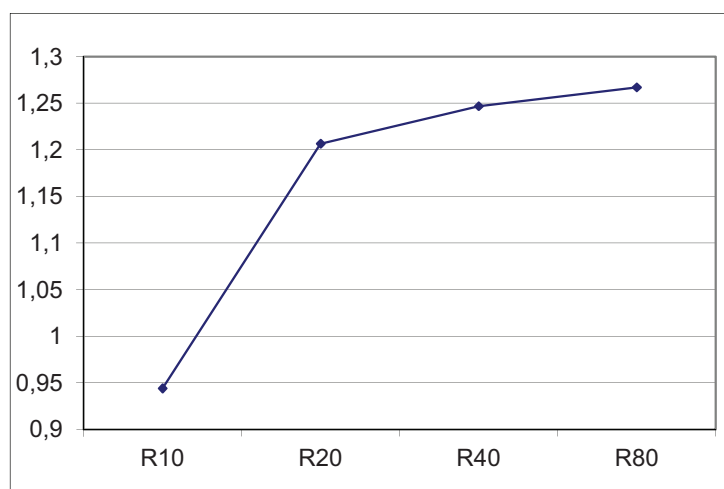
Zaobserwowano ten sam przebieg procentowego wahania wartości zaokrągleń od 0 do 10 i od 10 do 100. Ta okresowość wynika ze sposobu generowania liczb. Reguła (1) pozwala na obliczanie wartości od 1 do 10. Wartości od 10 do 100 powstają przez pomnożenie tych wartości przez 10, wartości od 100 do 1000 przez pomnożenie przez 100 itd. Ponadto maksymalna wartość zaokrągleń sięga 0,94% niezależnie od wartości liczby. Powyższe kroki wykonano w przypadku szeregów R20, R40 oraz R80.

Zestawienie wartości maksymalnych zaokrągleń szeregów R10, R20, R40, R80 zawiera tablica 2:

Tab. 2. Zaokrąglenia w szeregach
Tab. 2. Rounding in preferred numbers

Szereg	Liczba	Różnica [%]	Przyrost różnicy
R10	16	0,9442	-
R20	18	1,2067	0,2625
R40	17	1,2468	0,0401
R80	17,5	1,2671	0,0203

Wartości z tablicy 2 zestawiono na wykresie (rys. 3).



Rys. 3. Zaokrąglenia w szeregach R10 – R80
Fig. 3. Rounding in R10 – R80 preferred numbers

Z powyższego wykresu wynika, że wraz ze wzrostem liczności szeregu wzrasta wartość zaokrąglania. Narastanie ma charakter wykładniczy. Zauważono także, że największe wartości zaokrągleń przypadają na liczby z zakresu od 17 do 18. Przebieg krzywej zaokrąglania pozwala założyć, że zaokrąglenie nie przekroczy 1,3%.

3. Teoretyczna analiza zaokrąglania wymiarów zewnętrznych i wewnętrznych

Wartości wymiarów wyznaczone na podstawie teorii podobieństwa konstrukcyjnego muszą zostać przyrównane do szeregu liczb normalnych. Można wyróżnić kilka sposobów przyrównywania.

Przyrównanie do liczby mniejszej – ten sposób przyrównywania polega na przyrównywaniu zawsze „w dół”, nawet jeśli wymiar jest mniejszy od następnego w typoszeregu o setne części. W przypadku wymiarów wewnętrznych będzie to skutkowało mniejszymi naprężeniami oraz gorszym wykorzystaniem materiału, w przypadku wymiarów zewnętrznych – wzrostem naprężeń i zmniejszeniem ilości zużytego materiału.

Podczas przyrównania do liczby większej sytuacja będzie odwrotna – zaokrąglenie „w górę” wymiarów zewnętrznych to mniejsze naprężenia i więcej zużytego materiału.

Przyrównanie do najbliższej liczby to kompromis pomiędzy dwiema pierwszymi. Ma tutaj miejsce i przekroczenie naprężeń dopuszczalnych i przewymiarowanie, natomiast na mniejszą skalę. Należy wziąć pod uwagę, że niewielkie przekroczenie naprężeń dopuszczalnych nie musi być naprężeniem niszczącym. Zarówno weryfikacja analityczna jak i MES charakteryzuje się pewnym odstępstwem od stanu faktycznego. Wynika to z zaokrągleń i uproszczeń w obliczeniach, struktury materiału odbiegającej od idealnej itd.

Przy przyrównywaniu wymiarów zewnętrznych w górę, a wewnętrznych w dół, ma miejsce najgorsze wykorzystanie materiału, ale naprężenia nie zostaną przekroczone.

Proces przyrównywania zostanie przedstawiony podczas obliczania pola powierzchni przekroju poprzecznego rury. Wartości średnic to 48 oraz 102 mm. Dla każdego ze sposobów przyrównywania obliczono pole powierzchni (tab. 3). Zależność pomiędzy polem powierzchni a naprężeniami obliczeniowymi jest liniowa.

Tab. 3. Wynik zaokrągleń

Tab. 3. Rounding results

	d1	d2	S	%
Bez przyrównania	48,00	102,00	6361,73	0,00
Przyrównanie w dół	45,00	100,00	6263,55	-1,54
Przyrównanie w górę	50,00	110,00	7539,82	18,52
Przyrównanie do najbliższej liczby	50,00	100,00	5890,49	-7,41
Przyrównanie wym. zew. w górę, wew. w dół	48,00	110,00	7693,76	20,94

Istnieją odstępstwa od powyższych zasad. Nie zawsze zaokrąglanie wymiarów zewnętrznych w górę spowoduje uzyskanie mniejszych naprężeń. Przykładem może być stan naprężeń podczas zginania belki. Jeśli rozważyć belkę o wymiarach przekroju 20x27 mm i długości 91 mm, wówczas naprężenia zginające wywołane siłą 1000 N wyniosą:

$$\frac{Mg}{W_x} = \frac{F \cdot l}{bh^2} = \frac{12 \cdot 1000 \cdot 91}{20 \cdot 27^2} = 74,9 [MPa]$$

(2)

Po zaokrągleniu wymiary belki: 20x28x100. Analogicznie naprężenia ujęto w równaniu:

$$\frac{Mg}{W_x} = \frac{F \cdot l}{bh^2} = \frac{12 \cdot 1000 \cdot 100}{20 \cdot 28^2} = 76,5 [MPa]$$

(3)

Jak można zauważyć, pomimo iż zaokrąglano w górę wymiary zewnętrzne, uzyskano większe naprężenia. Wynika to z faktu, że wymiary przekroju zostały zaokrąglone o mniejszą wartość niż długość belki.

4. Podsumowanie

Pomimo iż wraz ze wzrostem wartości liczb należących do szeregu i towarzyszących im wzrostom wartości zaokrągleń procentowa wartość zaokrągleń sięga maksymalnie 1,27% (R80) dla całego typoszeregu, niezależnie od wielokrotności zaokrąglanej liczby. Na tej podstawie można założyć, że zaokrąglanie wartości do szeregu znormalizowanego ma pomijalny wpływ na wyniki uzyskiwane przy wykorzystaniu znormalizowanych szeregów liczb normalnych.

Sposób zaokrąglania zależy od analizowanego przypadku. Jeżeli dopuszczalny jest pewny wzrost naprężeń, można zastosować przyrównanie do najbliższej liczby. Jeżeli przekroczenie naprężeń dopuszczalnych nie może mieć miejsca, wówczas konieczne jest przyrównywanie wymiarów wewnętrznych w dół, a zewnętrznych w górę. Jednakże te zasady nie zawsze mają zastosowanie. Jak pokazano na przykładzie belki, istnieją sytuacje, w których zaokrąglanie w górę powoduje zwiększenie naprężeń. Dlatego też w bardziej skomplikowanych przypadkach konieczna jest dokładna analiza wpływu danego rodzaju zaokrąglenia na wynik.

Praca była współfinansowana ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Projektu „Aktywizacja społeczności akademickiej jako element realizacji Regionalnej Strategii Innowacji” POKL.08.02.01-24-019/08

Literatura

1. Gendarz P.: Aplikacje programów graficznych w uporządkowanych rodzinach konstrukcji. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1998.
2. Gendarz P.: Metodologia tworzenia uporządkowanych zbiorów konstrukcji maszyn. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002.
3. Pahl G., Beitz W.: Nauka konstruowania. Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 1984.
4. Gendarz P. Cielniak M.: Models of construction attributes selection process in ordered construction families, AMME Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering; Volume 43, Issue 1, November 2010, p.280-287

VERIFICATION OF CONSTRUCTIONS CREATED ON THE BASIS OF THE CONSTRUCTION SIMILARITY THEORY

Summary: The construction similarity theory allows to elaborate a series of construction types while maintaining the same states, using construction similarity conditions and unified construction attributes. Generated in such way new construction dimensions are compared to the dimensions of catalogue elements, normalized elements or preferred numbers. This paper presents an analysis of the impact on the result of rounding the dimensions. Methods of the comparison of dimension and inaccuracy in the normal numbers series in terms of numbers similarity were analyzed. The dimensions comparison process and similarity of preferred normal numbers were analyzed.